# Dạng 3. Chứng minh đẳng thức và tính giá trị của biểu thức.

1. **Phương pháp giải**
   1. ***Để chứng minh đẳng thức từ tỉ lệ thức cho trước, ta thường làm như sau:***

**Cách 1.** Sử dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để biến đổi dẫn đến đẳng thức cần chứng minh.

**Cách 2.** Dùng tính chất của tỉ lệ thức, nếu *ad*  *bc*

thì *a*  *c* ;…

*b d*

**Cách 3.** Dùng phương pháp “đặt *k* ” theo các bước sau: Bước 1: Đặt tỉ lệ thức ban đầu có giá trị bằng *k* .

Bước 2. Biểu diễn tử theo tích của *k* với các mẫu tương ứng.

Bước 3. Thay các giá trị vừa có vào đẳng thức cần chứng minh để dẫn đến một hệ thức đúng.

* 1. ***Tính giá trị của biểu thức:***

**Cách 1:** Đặt giá trị của tỉ số bằng k

+ Tính giá trị của biến theo k

+ Thay giá trị của biến vào biểu thức và thực hiện tính

(Cách này chỉ áp dụng với các bài có cấu trúc không quá phức tạp)

**Cách 2:** Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau

+ Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau

+ Biến đổi biểu thức sau khi áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau để làm xuất hiện biểu thức dạng phải tính giá trị

+ Nếu gặp biểu thức mà các số trong dãy tỉ số bằng nhau có dạng quy luật vòng quanh thì ta cần cộng thêm vào từng vế hoặc trừ đi từng vế với số 1 để đưa tử và mẫu của tỉ số về cùng một biểu thức.

1. **Bài toán:**

**Bài 1:** Chứng minh rằng: *a*  *c*

*b d*

nếu biết:

1. *a*  *c*  *a*  *c b*  *d b*  *d*

# Lời giải:

1. *a*  *b*  *a*  *b c*  *d c*  *d*
2. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

*a*  *c*  *a*  *c*  *a*  *c*  *a*  *c b*  *d b*  *d b*  *d*  *b*  *d*

 2*a*  *a* (1) 2*b b*

*a*  *c*  *a*  *c*  *a*  *c*  *a*  *c*  2*c*  *c*

(2)

*b*  *d b*  *d b*  *d*  *b*  *d*  2*d d*

Từ 1

và 2

suy ra *a*  *c*

1. *d*
2. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

*a*  *b*  *a*  *b*  *a*  *b*  *a*  *b*  2*a*  *a* (1)

*c*  *d c*  *d c*  *d*  *c*  *d* 2*c c*

*a*  *b*  *a*  *b*  *a*  *b*  *a*  *b*  2*b*  *b*

(2)

*c*  *d c*  *d c*  *d*  *c*  *d*  2*d d*

Từ 1

và 2

suy ra *a*  *b*  *a*  *c*

1. *d b d*

**Bài 2:** Chứng minh rằng: *a*  *c*

*b d*

nếu biết:

1. *a*  *a*  *b c c*  *d*

# Lời giải:

1. *b*  *a*  *b d c*  *d*
2. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

*a*  *a*  *b*  *a*  *b*  *a*  *b*  *a*  *b*  *a*  *c* (đpcm)

*c c*  *d c*  *d*  *c d c d b d*

1. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

*b*  *a*  *b*  *a*  *b*  *b*  *a*  *a*  *c d c*  *d c*  *d*  *d c b d*

(đpcm)

**Bài 3:** Chứng minh rằng: *a*  *c*

*b d*

nếu biết:

a) *a*  *c* b) *b*  *d*

*a*  *b c*  *d*

# Lời giải:

1. Vì *a*  *c*

*a*  *b c*  *d*

nên *a*  *a*  *b*

*a*  *b c*  *d c c*  *d*

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

*a*  *a*  *b*  *a* *a*  *b*  *b*  *a*  *b*  *a*  *c*

*c c*  *d c*  *c*  *d*  *d c d b d*

1. Vì *b*  *d*

nên *b*  *a*  *b*

*a*  *b c*  *d d c*  *d*

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

*b*  *a*  *b*  *a*  *b*  *b*  *a*  *a*  *b*  *a*  *c d c*  *d c*  *d*  *d c c d b d*

# Bài 4:

1. Cho 2*a*  3*c*  2*a*  3*c* . Chứng minh rằng *a*  *c*

2*b*  3*d* 2*b*  3*d b d*

1. Cho 4*a*  3*b*  4*a*  3*b* . Chứng minh rằng *a*  *c*

4*c*  3*d* 4*c*  3*d b d*

# Lời giải:

1. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

2*a*  3*c*  2*a*  3*c*  2*a*  3*c*  2*a*  3*c*  4*a*  *a* (1)

2*b*  3*d* 2*b*  3*d* 2*b*  3*d*  2*b*  3*d* 4*b b*

2*a*  3*c*  2*a*  3*c*  2*a*  3*c*  2*a*  3*c*  6*c*  *c*

(2)

2*b*  3*d* 2*b*  3*d* 2*b*  3*d*  2*b*  3*d*  6*d d*

Từ 1

và 2

suy ra *a*  *c*

1. *d*

(đpcm)

1. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

4*a*  3*b*  4*a*  3*b*  4*a*  3*b*  4*a*  3*b*  8*a*  *a* (1)

4*c*  3*d* 4*c*  3*d* 4*c*  3*d*  4*c*  3*d* 8*c c*

4*a*  3*b*  4*a*  3*b*  4*a*  3*b*  4*a*  3*b*  6*b*  *b*

(2)

4*c*  3*d* 4*c*  3*d* 4*c*  3*d*  4*c*  3*d*  6*d d*

Từ 1

và 2

suy ra *a*  *b*  *a*  *c*

1. *d b d*

(đpcm)

# Bài 5:

1. Cho 4*a*  3*b*  4*c*  3*d* . Chứng minh rằng *a*  *c*

*a c b d*

1. Cho 2*a*  3*b*  4*a*  5*b* . Chứng minh rằng *a*  *c*

2*c*  3*d* 4*c*  5*d b d*

# Lời giải:

a) Vì 4*a*  3*b*  4*c*  3*d* nên 4*a*  3*b*  *a*  4*a*  3*b*  4*a*

*a c* 4*c*  3*d c* 4*c*  3*d* 4*c*

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

4*a*  3*b*  4*a*  4*a*  3*b*  4*a*  3*b*  *b*

4*c*  3*d* 4*c* 4*c*  3*d*  4*c* 3*d d*

 4*a*  *b*  *a*  *b*  *a*  *c*

4*c d c d b d*

(đpcm)

b) Vì 2*a*  3*b*  4*a*  5*b*  4*a*  6*b*  4*a*  5*b*

2*c*  3*d* 4*c*  5*d* 4*c*  6*d* 4*c*  5*d*

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

4*a*  6*b*  4*a*  5*b*  4*a*  6*b*  4*a*  5*b*  *b*

(1)

4*c*  6*d* 4*c*  5*d* 4*c*  6*d*  4*c*  5*d d*

Vì 2*a*  3*b*  4*a*  5*b*  10*a* 15*b*  12*a* 15*b*

2*c*  3*d* 4*c*  5*d* 10*c* 15*d* 12*c* 15*d*

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

10*a* 15*b*  12*a* 15*b*  10*a* 15*b*  12*a* 15*b*  22*a*  *a*

(2)

10*c* 15*d* 12*c* 15*d* 10*c* 15*d*  12*c* 15*d*  22*c c*

Từ 1

và 2

suy ra *a*  *b*  *a*  *c*

*c d b d*

(đpcm)

**Bài 6:** Chứng minh rằng: Nếu

# Lời giải:

*a*  *c*  2*b* và

2*bd*  *c* *b*  *d* 

*b*  0, *d*  0 thì *a*  *c* .

*b d*

Vì *a*  *c*  2*b* và

2*bd*  *c* *b*  *d* 

nên *a*  *c* *d*  *c* *b*  *d*   *a*  *c*  *c*

*b*  *d d*

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

*a*  *c*  *c* 



*a*  *c*  *c*

 *a* .

*b*  *d d b*  *d*  *d b*

Vậy *a*  *c*

*b d*

(đpcm)

**Bài 7:** Chứng minh rằng: Nếu

# Lời giải:

2  *x*  *y*   5 *y*  *z*   3 *z*  *x* thì

*x*  *y*  *y*  *z*

4 5

Ta có:

*x*  *y*  *z*  *x*  *x*  *y*  *z*  *x*  *y*  *z* ; *y*  *z*  *z*  *x*   *y*  *z*  *z*  *x*  *x*  *y*

3 2 3  2 3 5 3  5 2

*x*  *y*  *z*  *x*  *x*  *y*  2 *z*  *x*  *x*  *y*  *z*  *x* (1) và

2 5 5 4 10

*z*  *x*  *y*  *z*  *y*  *z*  *z*  *x* (2) 2 5 10

Từ (1) và (2) ta có:

*x*  *y*  *y*  *z*

4 5

**Bài 8:** Cho

*a*  *b*  *c* . Chứng minh rằng:

2009 2011 2013

*a*  *c*2

4

 *a*  *b**b*  *c* .

# Lời giải:

Ta có: *a*

 *b*  *c*

 *a*  *c*  *a*  *b*  *b*  *c*  *k*

2009 2011 2013 4 2 2

*a*  *c*  4*k*

 

 *a*  *b*  2*k*  *a*  *c*



2 4*k* 2

 4*k* 2

1 và *a*  *b**b*  *c*  4*k* 2

2



*b*  *c*  2*k*



4 4

*a*  *c*2

Từ 1 và 2

suy ra

 *a*  *b**b*  *c*

4

(đpcm)

*a b c*

 

 *a*  *b*  *c* 3 *a*

**Bài 9:** Cho

# Lời giải:

*b*  *c*  *d* . Chứng minh  *b*  *c*  *d*   *d* .

Đặt

*a*  *b*  *c*  *k*  *a*  *bk*;*b*  *ck*;*c*  *dk b c d*

 *a*  *b*  *c* 3

Do đó  

 *bk*  *ck*  *dk* 3

  

 *k*.(*b*  *c*  *d* ) 3

  

 *k*3

1

 *b*  *c*  *d*  

*b*  *c*  *d*

  *b*  *c*  *d* 

Mặt khác

*a*  *a b c bk ck dk* 3

*d b c d b c d*

. .  . .  *k*

2

Từ 1

và 2

 *a*  *b*  *c* 3 *a*

suy ra  *b*  *c*  *d*   *d*

 

(đpcm)

**Bài 10:** Cho tỉ lệ thức 3*a*  2*b*  *c*  3*a*  2*b*  *c* (*b*  0). Chứng minh rằng

*a*  2*b*  *c a*  2*b*  *c*

*a*  *c*  0 .

# Lời giải:

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

3*a*  2*b*  *c*  3*a*  2*b*  *c*  (3*a*  2*b*  *c*)  (3*a*  2*b*  *c*)  4*b*  1(*b*  0)  3*a*  2*b*  *c*  *a*  2*b*  *c*



*a*  2*b*  *c a*  2*b*  *c*

(*a*  2*b*  *c*)  (*a*  2*b*  *c*) 4*b*

3*a*  2*b*  *c*  *a*  2*b*  *c*

 2*a*  2*c*  0  *a*  *c*  0 *(đpcm)*

**Bài 11:** Cho hai số *x*; *y* thoả mãn

1. x  y 2 5

và *x*  *y*

 21. Tính giá trị của biểu thức:

*A*  5*x*  4 *y* .

1. x  y

3 5

# Lời giải:

và y  x  4 . Tính giá trị của biểu thức:

*B*  3*x*  5*y* .

1. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

x  y  x  y  21  3 2 5 2  5 7

 *x*  3  *x*  6 2

 *y*  3  *y*  15 5

Do đó *A*  5.(6)  4.(15)  90

1. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

x  y  y  x  4  2 3 5 5  3 2

 x  2  x  6 3

 y  2  y  10 5

Do đó

*B*  3.6  5.10  68

# Bài 12:

1. Cho a : b : c  3: 4 : 5 và a  b  c  24 . Tính

*M*  *a*.*b*  *b*.*c*  *ca* .

1. Cho a : b : c : d  2 : 3: 4 : 5 và a  b  c  d  42 . Tính

# Lời giải:

*N*  *a*.*b*  *c*.*d*

a) Vì a : b : c  3: 4 : 5 nên

*a*  *b*  *c* .

3 4 5

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

*a*  *b*  *c*  *a*  *b*  *c*  24  2 3 4 5 3  4  5 12

 *a*  6;*b*  8; *c*  10

Do đó:

*M*  6.8  8.10 10.6  48  80  60 188

b) ) Vì a : b : c : d  2 : 3: 4 : 5 nên

*a*  *b*  *c*  *d* .

2 3 4 5

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

*a*  *b*  *c*  *d*  *a*  *b*  *c*  *d*  42  3 2 3 4 5 2  3  4  5 14

 *a*  6;*b*  9;*c*  12; *d*  15

Do đó:

# Bài 13:

*N*  6.9  12.15  54 180  234

1. Biết

*x*  *y*  *z* và

2 3 4

*x*  *y*  *z*

 24 . Tính

*E*  3*x*  2 *y*  6*z* .

1. *x*  *y*  *z* và

5 6 7

*x* – *y*  *z*  6

. Tính *E*  *xy*  *yz* .

# Lời giải



2

1. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

*x*  *y*  *z*  *x*  *y*  *z*  24  8 2 3 4 2  3  4 9 3

 *x*  8  *x*  2. 8  16

2 3 3 3

 *y*  8  *y*  8 .3  8

3 3 3

 *z*  8  *z*  8 .4  32

4 3 3 3

Vậy

*E*  3. 6  2.8  6. 32  6 16  64  42

3 3

1. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

*x*  *y*  *z*  *x*  *y*  *z*  6 2 



2

5 6 7 5  6  7 6

 *x*   *x*  5 5



2



2

 *y*   *y*  6 6



2



2

 *z*   *z*  7 7



2



2



2



2

Do đó

*E*  5 2.6

 6 2.7

 60 84  24

# Bài 14:

1. Cho

*x*  *y*

5 2

và 3*x*  2 *y*

 44 . Tính giá trị của biểu thức *C*  20*x*  22 *y* .

1. *x*  *y*

3 2

và 2*x*  5*y*  48 . Tính giá trị của biểu thức

*D*  *x*2  *y*3 .

# Lời giải:

1. Vì

*x*  *y*

5 2

nên 3*x*  2 *y*

15 4

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

3*x*  2*y*  3*x*  2*y*  44  4

15 4 15  4 11

Do đó 3*x*  4  *x*  4.15  20 15 3

2 *y*  4  *y*  4.4  8

4 2

Khi đó *C*  20.10  22.8  24

1. *x*  *y*

3 2

Vì *x*  *y*

3 2

và 2*x*  5*y*  48

nên 2*x*  5*y*

6 10

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

2*x*  5*y*  2*x*  5*y*  48  3

6 10 6 10 16

Do đó 2*x*  3  *x*  3.6  9

6 2

5*y*  3  *y*  10.3  6

10 5

Do đó *D*  92  63  81 216  297 .

# Bài 15:

1. Cho

*x*  *y*

2 3

; *y*  *z*

2 5

và *x*  *y*  *z*  25 . Tính

*K*  3*x*  2 *y*  3*z* .

*xy*  *z*

1. Cho

*x*  *y*

2 5

; *y*  *z*

3 2

và 2*x*  3*y*  4*z*  34 . Tính

*L*  *xy*  5*z* .

*y*  *z*

# Lời giải

1. Vì

*x*  *y*  *x*  *y* ;

2 3 4 6

*y*  *z*  *y*  *z*

nên

*x*  *y*  *z*

2 5 6 15 4 6 15

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

*x*  *y* 



*z*  *x*  *y*  *z*

 25  1

4 6 15 4  6 15 25

 *x*  1 *x*  4 4

 *y*  1 *y*  6 6

 *z*  1 *z*  15 15

Do đó

*K*  3.4  2.6  3.15  45  5

4.6 15 9

1. Vì

*x*  *y*  *x*  *y* ;

2 5 6 15

*y*  *z*  *y*  *z*

nên

*x*  *y* 

*z*  2*x*  3*y*  4*z*

3 2 15 10 6 15 10 12 45 40

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

2*x*  3*y*  4*z*  2*x*  3*y*  4*z*  34  2

12 45 40 12  45  40 17

 2*x*  2  *x*  2.12  12 12 2

 3*y*  2  *y*  2.45  30 45 3

 4*z*  2  *z*  2.40  20 40 4

Do đó

*L*  12.30  5.20  26

30  20

# Bài 16:

1. Cho

*x*  *y*

3 4

và *x*2 

*y*2  25 . Tính *G*  *x*3  *y*2

1. *x*  *y*

3 2

và 3*x*2 – 5*y*2  63 với

*x*  0; *y*  0 . Tính

*H*  *x*.*y*2

# Lời giải:

1. *x*  *y*

3 4

và *x*2 

*y*2  25

Đặt

*x*  *y*  *k* (*k*  0) , khi đó

3 4

*x*  3*k* ; *y*  4*k*

Thay

*x*  3*k* ; *y*  4*k*

vào biểu thức

*x*2 

*y*2  25 , ta được:

- Khi

(3*k*)2 

*k* 1 thì

(4k)2  25

*x*  3.1  3 ;

 9*k* 2 16*k* 2  25

 25*k* 2  25

 *k* 2  1

 *k*  1

*y*  4.1  4 . Do đó *G*  33  42  27 16  43

- Khi

*k*  1 thì

*x*  3.(1)  3 ;

*y*  4.(1)  4 . Do đó *G*  33  42  27 16  11

1. *x*  *y*

3 2

và 3*x*2 – 5 *y*2  28

Đặt

*x*  *y*  *k* (*k*  0) 3 2

 *x*  3*k* ; *y*  2*k* , thay vào biểu thức 3*x*2 – 5 *y*2  28

Ta được 3.(3*k*)2 – 5.(2*k*)2  28

 27*k* 2  20*k* 2  28

 7*k* 2  28

 *k* 2  4  *k*  2 (loại) hoặc

*k*  2 (thoả mãn)

- Khi

*k*  2

thì

*x*  3.(2)  6 ;

*y*  2.(2)  4 . Do đó

*H*  6.42  6.16  96

**Bài 17:** Cho

# Lời giải:

*x*  *y*  *z* và

*y z x*

*x*  *y*  *z*  0 . Tính

*x*3.*z*6 .

*y*9

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

*x*  *y*  *z*  *x*  *y*  *z*  1

*y z x y*  *z*  *x*

Suy ra:

*x*  1 *x*  *y y*

*y*  1 *y*  *z z*

 *x*  *y*  *z*

*x*3.*z*6

*x*3.*x*6 *x*9

Khi đó



*y*9 *x*9

  1

*x*9

**Bài 18:** Cho

*x*, *y*, *z* thoả mãn:

*x*  *y*  *z*

và *x*, *y*, *z*  0 . Tính:

*P*  *x*  2 *y*  3*z*

# Lời giải:

2 5 7

5*x*  2 *y*  *z*

**Cách 1:** Đặt giá trị của dãy tỉ số bằng *k*

\* Đặt

*x*  *y*  *z*  *k* (*k*  0)

suy ra

*x*  2*k*, *y*  5*k và z*  7*k*

Khi đó:

2 5 7

*P*  2*k* 10*k*  21*k* 

10*k* 10*k*  7*k*

9*k*

7*k*

 9 7

Vậy: 9

7

**Cách 2:** Biến đổi thông qua sử dụng tính chất dãy tỷ số bằng nhau

Ta có:

*x*  *y*  *z*  2*y*  3*z* 



*x*  2*y*  3*z*

 *x*  2*y*  3*z*

suy ra

*x*  2 *y*  3*z*  9*z*

2 5 7 10 21 2 10  21 9 7

Lại có:

*x*  *y*  *z*  5*x*  2*y* 



5*x*  2*y*  *z*  5*x*  2*y*  *z*

suy ra 5*x*  2 *y*  *z*  *z*

2 5 7 10 10

9*z*

10 10  7 7

Do đó:

Vậy:

*P*  7 

*z*

*P*  9

7

9*z*

7*z*

 9 7

( Vì

*z*  0 ).

**Bài 19:** Cho

*x* 1  *y*  2  *z*  3 . Tính giá trị của biểu thức

3 4 5

*N*  2*x*  *y*  2*z* .

# Lời giải:

Đặt

*x* 1  *y*  2  *z*  3  *k*

3 4 5

 *x* 1  *k*  *x*  3*k* 1 3

*y*  2  *k*  *y*  4*k*  2 4

*z*  3  *k*  *z*  5*k*  3 .

5

Do đó:

*N*  2.3*k* 1  4*k*  2  2.5*k*  3

 6*k*  2  4*k*  2 10*k*  6  2

**Bài 20:** Cho

*a*, *b*, *c*  0 và thỏa mãn *a*  *b*  *c*  *c*  *a*  *b*  *b*  *c*  *a*

*c b a*

Tính giá trị biểu thức

# Lời giải:

*S*  (*a*  *b*)(*b*  *c*)(*c*  *a*) .

*abc*

Trường hợp 1: thức S ta được:

*a*, *b*, *c*  0 và

*a*  *b*  *c*  0  *a*  *b*  *c*;

*a*  *c*  *b*; *b*  *c*  *a*

thay vào biểu

*S*  *c*.(*a*)(*b*)  1

*abc*

Trường hợp 2:

*a*, *b*, *c*  0 và

*a*  *b*  *c*  0

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta được

*a*  *b*  *c*  *c*  *a*  *b*  *b*  *c*  *a*  *a*  *b*  *c*  *c*  *a*  *b*  *b*  *c*  *a*  1

*c b a c*  *b*  *a*

Suy ra:

*a*  *b*  2*c*; *c*  *a*  2*b và b*  *c*  2*a*

thay vào biểu thức *S*

Ta có:

*S*  2*c*.2*a*.2*b* = 8

*abc*

Vậy:

*S*  1 khi *a*  *b*  *c*  *c*  *a*  *b*  *b*  *c*  *a*

*c b a*

*S*  8 khi *a*  *b*  *c*  *c*  *a*  *b*  *b*  *c*  *a*

*c b a*

và *a*;*b*; *c*  0 ; và *a*;*b*; *c*  0 ;

*a*  *b*  *c*  0

*a*  *b*  *c*  0

# Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau đề tìm thành phần chưa biết.**

**Bài 1.** Tìm hai số *x*, *y* biết:

1. *x*  *y*

7 4

và *x*  *y*  30

1. *x*  *y*

5 7

và *x*  *y*  48

1. *x*  *y* và *x*  *y*  90

1. *x*  *y* và

*x*  *y*  12

3 6

**Bài 2.** Tìm hai số

*x*, *y* biết:

2 5

1. 2*x*  5*y* và

*x*  *y*  30

1. 3*x*  4 *y*

và 2*x*  3*y*  34

1. 4*x*  5*y*

và 3*x*  2 *y*  35

1. *x*  *y*

2 3

và 4*x*  3*y*  9

**Bài 3.** Tìm hai số *x*, *y* biết:

a) *x*  *y*

3 4

c) *x*  *y*

3 7

và *x*2  *y*2  25

và *x*2  *y*2  58

b) *x*  *y*

5 3

d) *x*  *y*

3 4

và *x*2  *y*2  1600

và *x*2  *y*2  400

**Bài 4.** Tìm hai số *x*, *y* biết:

a) *x*  *y*

2 3

c) *x*  *y*

3 5

và *x*3  *y*3  35

và *x*3  *y*3  98

b) *x*  *y*

3 2

d) *x*  *y*

3 4

và *x*3  *y*3  35

và *x*3  *y*3  37

**Bài 5.** Tìm các số *x*, *y*, *z* biết:

1. *x*  *y*  *z*

và *x*  *y*  *z*  160

1. *x*  *y*  *z*

và *x* – *y*  *z*  38 .

12 13 15

5 16 17

1. *x*  *y*  *z* và

3 5 7

*x*  *y*  *z*  9

1. *x*  *y*  *z*

2 3 4

và *x*  *y*  *z*  27 .

**Bài 6.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:

1. *x*  *y*  *z*

5 3 2

và 2*x*  3*y*  4*z*  54

1. *x*  *y*  *z*

2 3 6

và 3*x* – 2 *y*  2*z*  24 .

1. *x*  *y*  *z* và 2*x*  3*y*  4*z*  48

1. *x*  *y*  *z*

và 4*x* – 3*y*  2*z*  81.

3 2 3

**Bài 7.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:

2 3 4

a) *x*  *y* ; *y*  *z*

3 2 3 4

c) *x*  *y* ; *x*  *z*

3 2 4 5

và *x*  *y*  *z*  46

và *x*  *y*  *z*  10

b) *x*  *y* ; *x*  *z*

4 3 2 5

d) *x*  *z* ; *y*  *z*

3 4 2 3

và *x*  *y*  *z*  51

và *x*  *y*  *z*  33

**Bài 8.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:

1. *x*  *y* ; 2 *y*  3*z* 2 3

và *x*  *y*  *z*  49

1. *x*  *y* ;5*y*  3*z* và

3 5

*x*  *y*  *z*  98

1. *x*  *y* ;7 *y*  5*z* và

3 5

*x*  *y*  *z*  45

1. 2*x*  3*y*; *y*  *z* và

3 2

*x*  *y*  *z*  21

**Bài 9.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:

a) *x* 1  *y*  2  *z*  3 và

3 4 5

*x*  *y*  *z*  18

b) *x* 1  *y*  2  *z*  3 3 4 5

và *x*  *y*  *z*  30

**Bài 10.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:

1. *x*  *y*  *z* và

5 6 7

*x*  *y*  36

1. *x*  *y*  *z* và

7 3 4

*y*  *z*  28

1. *x*  *y*  *z*

và 3*x*  2 *y*  47

1. *x*  *y*  *z*

và 3*y*  2*z*  99

5 16 17

3 5 7

# Dạng 2. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để giải các bài toán thực tế (Toán chia tỉ lệ)

**Bài 1:** Số học sinh giỏi, khá, trung bình của khối 7 lần lượt tỉ lệ với 2 : 3: 5 . Tính số học sinh giỏi, khá, trung bình, biết tổng số học sinh giỏi, khá và trung bình là 180 em.

**Bài 2:** Ba lớp 9*A*, 9*B*, 9*C* quyên góp được 240 kg giấy vụn. Tính số kg giấy vụn của mỗi lớp quyên góp được, biết rằng số kg giấy vụn quyên góp được của mỗi lớp lần lượt tỉ lệ với 3: 4 : 5 .

**Bài 3:** Ba nhà sản xuất góp vốn theo tỉ lệ 3; 5; 7 . Hỏi mỗi nhà sản xuất phải góp bao nhiêu vốn biết rằng tổng số vốn của nhà thứ nhất và nhà thứ hai nhiều hơn nhà thứ ba là 80 triệu đồng.

**Bài 4:** Số học sinh bốn khối 6, 7, 8, 9 tỉ lệ với các số 9; 8; 7; 6 . Biết rằng số học sinh khối

6 nhiều hơn số học sinh khối 9 là 30 học sinh. Tính số học sinh của mỗi khối.

**Bài 5:** Số viên bi của ba bạn Minh, Hùng, Dũng tỉ lệ với các số 2; 4; 5 . Tính số viên bi của mỗi bạn, biết rằng: 3 lần số bi của bạn Hùng nhiều hơn 2 lần số bi của bạn Minh là 40 viên. **Bài 6.** Chia số 135 thành ba phần tỉ lệ với 3; 4; 8 . Hãy tìm mỗi phần của số đó?

# Dạng 3. Chứng minh đẳng thức và tính giá trị của biểu thức.

**Bài 1:** Chứng minh rằng: *a*  *c*

*b d*

nếu biết:

1. *a*  *c*  *b*  *d a*  *c b*  *d*
2. *a*  *b*  *c*  *d*

*b d*

**Bài 2:** Chứng minh rằng: *a*  *c*

*b d*

nếu biết:

a) 2*a*  3*b*  2*c*  3*d* . b) 7*a* 11*b*  7*c* 11*d* .

2*a*  3*b*

2*c*  3*d*

4*a*  5*b*

4*c*  5*d*

**Bài 3:** Cho hai số *x*; *y* thoả mãn

1. x  y 7 4

và *x*  *y*

 27 . Tính giá trị của biểu thức:

*A*  2*x*  3*y* .

1. Cho 4*x*  5*y*

và 3*x*  2 *y*

 35 . Tính giá trị của biểu thức

*B*  11*y*  4*x* .

# Bài 4:

1. Biết

*x*  *y*  *z*

2 3 4

và *x*  *y*  *z*

 27 . Tính *C*  2*x*  3*y*  *z* .

*y*  *z*

1. Cho

# Bài 5:

*x*  *y*

3 2

và 3*x*2  5*y*2  28 . Tính

*D*  *x*3  *y*2

1. Cho 3*x*  4 *y*; 2 *y*  5*z*

và 2*x*  3*y*  5*z*  55 . Tính

*E*  7*x*  2 *y*  *x*.*z* .

*x*.*z*  *y*

1. Cho

*x*  99  *y*  98  *z*  97 . Tính giá trị của biểu thức

*F*  *x*  2 *y*  *z* .

1 2

3

# ĐÁP SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau đề tìm thành phần chưa biết.**

**Bài 1.** Tìm hai số *x*, *y* biết:

a) *x*  70; *y*  40

c) *x*  30; *y*  60

b) *x*  20; *y*  28

d) *x*  8; *y*  20

**Bài 2.** Tìm hai số *x*, *y* biết:

a) *x*  50; *y*  20 b) *x*  8; *y*  6

c) *x*  25; *y*  20 d) *x*  18; *y*  27

**Bài 3.** Tìm hai số *x*, *y* biết:

1. *x*  3; *y*  4 hoặc

*x*  3; *y*  4

1. *x*  50; *y*  30 hoặc

*x*  50; *y*  30

1. *x*  3; *y*  7 hoặc

*x*  3; *y*  7

d) *x*  12; *y*  16

hoặc

*x*  12; *y*  16

**Bài 4.** Tìm hai số *x*, *y* biết:

a) *x*  2; *y*  3

c) *x*  3; *y*  5

b) *x*  3; *y*  2

d) *x*  3; *y*  4

**Bài 5.** Tìm các số *x*, *y*, *z* biết:

a) *x*  48; *y*  52; *z*  60

c) *x*  27; *y*  45; *z*  63

b) *x*  5; *y*  16; *z*  17 . d) *x*  18; *y*  27; *z*  36 .

**Bài 6.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:

a) *x*  10; *y*  6; *z*  4

c) *x*  12; *y*  8; *z*  12

b) *x*  4; *y*  6; *z*  12 .

d) *x*  18; *y*  27; *z*  36 .

**Bài 7.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:

a) *x*  18; *y*  12; *z*  16

c) *x*  24; *y*  16; *z*  30

b) *x*  12; *y*  9; *z*  30

d) *x*  27; *y*  24; *z*  36

**Bài 8.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:

a) *x*  14; *y*  21; *z*  14

c) *x*  21; *y*  45; *z*  63

b) *x*  18; *y*  30; *z*  50

d) *x*  27; *y*  18; *z*  12

**Bài 9.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:

a) *x*  21; *y*  45; *z*  63 b) *x*  7; *y*  10; *z*  13

**Bài 10.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:

a) *x*  180; *y*  216; *z*  252

c) *x*  5; *y*  16; *z*  17

b) *x*  28; *y*  12; *z*  16

d) *x*  297; *y*  495; *z*  693

# Dạng 2. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để giải các bài toán thực tế (Toán chia tỉ lệ)

**Bài 1:** Số học sinh giỏi, khá, trung bình lần lượt là: 36;54;90

**Bài 2:** Số giấy ba lớp 9*A*, 9*B*, 9*C* quyên góp được lần lượt là: 60*kg*;80*kg*;100*kg* .

**Bài 3:** Số vốn của nhà thứ nhất, nhà thứ hai và nhà thứ ba lần lượt là: 240; 400;560 triệu đồng

**Bài 4:** Số học sinh khối 6, 7, 8, 9 lần lượt là: 90;80;70;60 học sinh.

**Bài 5:** Số viên bi của ba bạn Minh, Hùng, Dũng lần lượt là: 10; 20; 25 viên.

**Bài 6.** Số 135 được chia thành ba phần là: 27;36; 72 .

# Dạng 3. Chứng minh đẳng thức và tính giá trị của biểu thức.

**Bài 1:** Chứng minh rằng: *a*  *c*

*b d*

nếu biết:

1. Vì

*a*  *c*  *b*  *d*  *a*  *c*  *a*  *c*  *a*  *c*  *a*  *c a*  *c b*  *d b*  *d b*  *d b*  *d*  *b*  *d*

 2*a*  *a* (1) 2*b b*

 *a*  *c*  *a*  *c*  *a*  *c*  *a*  *c*  2*c*  *c*

(2)

Từ 1

và 2  đpcm

*b*  *d b*  *d b*  *d*  *b*  *d*  2*d d*

1. Vì *a*  *b*  *c*  *d*  *a*  *b*  *b*  *a*  *b*  *b*  *a*  *b*  *a b d c*  *d d c*  *d*  *d c d c*

 *c*  *a*

*d b*

(đpcm)

**Bài 2:** Chứng minh rằng: *a*  *c*

*b d*

nếu biết:

a) 2*a*  3*b*  2*c*  3*d*  2*a*  3*b*  2*a*  3*b*  2*a*  3*b*  2*a*  3*b*  4*a*  *a* (1) .

2*a*  3*b* 2*c*  3*d* 2*c*  3*d* 2*c*  3*d* 2*c*  3*d*  2*c*  3*d* 4*c c*

 2*a*  3*b*  2*a*  3*b*  2*a*  3*b*  2*a*  3*b*  6*b*  *b*

(2)

Từ 1

và 2  đpcm

2*c*  3*d* 2*c*  3*d* 2*c*  3*d*  2*c*  3*d*  6*d d*

b) 7*a* 11*b*  7*c* 11*d*  7*a* 11*b*  4*a*  5*b*

4*a*  5*b* 4*c*  5*d* 7*c* 11*d* 4*c*  5*d*

 35*a*  55*b*  44*a*  55*b*  35*a*  55*b*  44*a*  55*b*  79*a*  *a*

(1)

35*c*  55*d* 44*c*  55*d* 35*c*  55*d*  44*c*  55*d* 79*c c*

 28*a*  44*b*  28*a*  35*b*  28*a*  44*b*  28*a*  35*b*  79*b*  *b*

(2)

Từ 1

# Bài 3:

28*c*  44*d* 28*c*  35*d* 28*c*  44*d* 28*c*  35*d*  79*d d*

và 2  đpcm

a) *x*  63; *y*  36  *A*  2.63  3.36  234

b) *x*  25; *y*  20  *B*  11.20  4.25  120

# Bài 4:

a) *x*  18; *y*  27; *z*  36  *C*  2.18  3.27  36   9 .

27  36 7

b) *x*  6; *y*  4  *D*  200 hoặc *x*  6; *y*  4  *D*  232

# Bài 5:

a) *x*  20; *y*  15; *z*  6  *E*  7.20  2.15  20.6  46

20.6 15 27

b) Đặt

*x*  99  *y*  98  *z*  97  *k* .

1 2 3

 *x*  *k*  99; *y*  2*k*  98; *z*  3*k*  97

 *F*  0 .

# PHIẾU BÀI TẬP

**Dạng 1. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau đề tìm thành phần chưa biết.**

**Bài 1.** Tìm hai số *x*, *y* biết :

a. *x*  *y*

3 5

và *x*  *y*  16

b) *x*  *y*

5 3

và *x*  *y*  20

**Bài 2.** Cho tỉ lệ thức

*x*  *y* . Tính *x* và *y* biết:

7 3

a) *x*  *y*  110 b) *x*  *y*  52

**Bài 3.** Cho tỉ lệ thức

*x* = *y* . Tính *x* và *y* biết:

3 7

a) *x*  *y*  50 b) *x*  *y*  56

**Bài 4.** Tìm hai số *x*, *y* biết :

1. 3*x*  5*y* và

*x*  *y*

 40

1. 2*x*  5*y* và

*x*  *y*  30

**Bài 5.** Tìm *x*, *y* biết:

1. 2*x*  3*y* và

*x*  *y*  10

1. 4*x*  3*y* và

*x* – *y*  11

**Bài 6.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:

1. *x*  *y*  *z* và

2 3 4

*x*  *y*  *z*

 18

1. *x*  *y*  *z* và

5 6 7

*x* – *y*  *z*  36 .

**Bài 7.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:



2

1. *x*  *y*  *z*

và *x*  *y*  *z*

 14

1. *x*  *y*  *z*

và *x*  *y*  *z*  32 .

7 3 4

5 6 7

**Bài 8.** Tìm

a) 3*x*  4 *y*

*x*, *y* biết:

và 2*x*  3*y*  34

b) *x* : 2  *y* : (5) và

*x* – *y*  7

**Bài 9.** Tìm hai số *x*, *y* biết :

1. *x*  *y*

5 2

và 3*x*  2 *y*

 44

1. *x*  *y*

3 2

và 2*x*  5*y*  32

**Bài 10.** Tìm *x*, *y* biết:

1. *x*  *y*

và 4*x* – 3*y*  9

1. *x*  *y*

và 3*x*  *y*  35

2 3

3 16

**Bài 11.** Tìm *x*, *y* biết:

1. *x*  *y*

3 7

và 2*x*  4 *y*  68

1. 4*x*  5*y*

và 3*x*  2 *y*  35

**Bài 12.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:

1. *x*  *y*  *z*

và 2*x* – 3*y*  5*z*  9,5

1. *x*

 *y*  *z*

và 2*x*  3*y* – 2*z*  16

5 2 3

**Bài 13.** Tìm

*x*, *y*, *z* biết:

10 6 3

1. *x*  *y*  *z*

và *x*  *z* 18

1. *x*  *y*  *z*

và *y* – *z*  39

2 3 4

5 6 7

1. *x*  *y*  *z*

và 3*x*  2 *y*  52

12 13 15

**Bài 14.** Tìm *x*, *y* biết:

1. *x*  *y*

4 7

và *x*2  *y*2  33

1. *x*  *y*

5 3

và *x*2  *y*2  34

**Bài 15.** Tìm *x*, *y* biết:

1. *x*  *y*

3 4

và *x*2 

*y*2  100

1. *x*  *y*

4 3

và *x*.*y*  3

**Bài 16.** Tìm *x*, *y* biết:

1. 3*x*  5*y* và

*x*2 – *y*2  48

1. *x*  *y*

3 2

và 3*x*2 – 5*y*2  63

**Bài 17.** Tìm *x*, *y* biết:

1. *x*  *y*

3 4

và *x*3  *y*3  91

1. 2*x*  5*y*

và *x*3  *y*3  133 .

**Bài 18.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:

1. *x*  *y*

2 3

; *y*  *z*

2 5

và *x*  *y*  *z*  50

1. *x*  *z* ;

3 4

*y*  *z*

2 3

và *x* – *y* – *z*  33

**Bài 19.** Tìm *x*, *y*, *z* biết :

a) *x*  *y*

2 5

; *y*  *z*

3 2

và 2*x*  3*y*  4*z*  34

b) 2*x*  3*y* ; 5*y*  7*z*

và 3*x*  7 *y*  5*z*  30 .

**Bài 20.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:

1. 4*x*  3*y*

và (*x*  *y*)2  (*x*  *y*)2  50

1. 3*x*  2 *y*

và (*x*  *y*)3  (*x*  *y*)3  126

**Bài 21.** Tìm *x*, *y*, *z* biết :

a) *x* 1  *y*  2  *z*  3 2 3 4

và 2*x*  3*y*  *z*  50

b) *x* 1  *y*  2  *z*  3 2 3 4

và *x*  2 *y*  3*z*  14

**Bài 22.** Tìm *x*, *y*, *z* biết :

a) *x* 1  *y*  3  *z*  5 2 4 6

và 5*z*  3*x*  4 *y*  50

b) 4

3*x*  2 *y*

 3

2*z*  4*x*

 2

4 *y*  3*z*

và *x*  *y*  *z*  10

**Bài 23.** Tìm các số *x*, *y*, *z* biết chúng thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau 3*x*  2 *y*  *z*  169

và 3*x*  25  2 *y* 169  *z* 144 144 25 169

**Bài 24.** Tìm các số *x*, *y*, *z* biết

a) *x*  *y*  *z* và

5 7 3

*x*2  *y*2  *z*2  585

b) *x* : *y* : *z*  3: 4 : 5 và 2*x*2  2 *y*2  3*z*2  100

# Dạng 2. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để giải các bài toán thực tế (Toán chia tỉ lệ)

**Bài 1:** Ba lớp 8*A*, 8*B*, 8*C* trồng được 120 cây. Tính số cây trồng được của mỗi lớp, biết rằng số cây trồng được của mỗi lớp lần lượt tỉ lệ với 3: 4 : 5 .

**Bài 2:** Ba nhà sản xuất góp vốn theo tỉ lệ 3; 5; 7 . Hỏi mỗi nhà sản xuất phải góp bao nhiêu

vốn biết rằng tổng số vốn là 300 triệu đồng.

**Bài 3:** Số viên bi của ba bạn Minh, Hùng, Dũng tỉ lệ với các số 2; 4; 5 . Tính số viên bi của mỗi bạn, biết rằng ba bạn có tất cả 44 viên bi.

**Bài 4:** Một số được chia thành 3 phần lần lượt tỉ lệ với 5 : 4 : 3. Tìm mỗi phần biết rằng tổng

ba phần bằng 240 .

**Bài 5:** Một công ty chi 182 triệu đồng để thưởng cuối năm cho nhân viên ở ba tổ sản xuất. Số tiền thưởng của ba tổ tỉ lệ với ba số 3; 4;5 . Tính số tiền thưởng của mỗi tổ?

**Bài 6:** Hưởng ứng Tết trồng cây, học sinh ba lớp 9*A*;9*B*;9*C* đã trồng tổng cộng 240 cây. Số cây các lớp 9*A*;9*B*;9*C* đã trồng được lần lượt tỉ lệ với 5; 4;3 . Tính số cây mỗi lớp đã trồng.

**Bài 7.** Thành phần của mứt dừa khi hoàn thành chỉ gồm có dừa và đường theo tỉ lệ 2 :1. Em hãy tính xem trong 12*kg* mứt dừa có bao nhiêu kilôgam dừa và bao nhiêu kilôgam đường.

**Bài 8:** Số học sinh giỏi, khá, trung bình của khối 7 lần lượt tỉ lệ với 2 : 3: 5 . Tính số học sinh giỏi, khá, trung bình, biết tổng số học sinh khá và học sinh trung bình hơn học sinh giỏi là 180 em.

**Bài 9.** Điểm số bài kiểm tra Toán vừa qua của lớp 7 *A* được phân loại như sau: số điểm kém, số điểm trung bình, số điểm khá, số điểm giỏi tương ứng tỉ lệ với các số 2; 6;5; 2 . Biết rằng số điểm kém và trung bình nhiều hơn số điểm khá, giỏi là 3 . Hỏi với mỗi loại điểm có bao nhiêu người?

**Bài 10.** Bác Long xây một ngôi nhà. Bác phải chi ba khoản lớn là: thiết kế, xây thô, hoàn thiện. Chi phí cho các khoản này tỉ lệ với các số 2;36; 62 . Số tiền hoàn thiện nhiều hơn tổng số tiền thiết kế và xây thô là 180 triệu đồng. Hỏi mỗi khoản phải chi bao nhiêu tiền?

**Bài 11:** Số học sinh giỏi, khá, trung bình của lớp 7E lần lượt tỉ lệ với 2 : 3: 5 . Tính số học

sinh giỏi, khá, trung bình, biết tổng số học sinh giỏi và học sinh trung bình nhiều hơn học sinh khá là 16 em.

**Bài 12:** Ba bạn Minh, Hùng, Dũng quyên góp tiền để làm từ thiện theo tỉ lệ 3; 5; 4 . Hỏi mỗi bạn quyên góp được bao nhiêu tiền biết rằng Minh và Hùng quyên góp được 400 ngàn đồng. **Bài 13:** Số học sinh bốn khối 6, 7, 8, 9 tỉ lệ với các số 9; 8; 7; 6 . Biết rằng số học sinh khối 9 ít hơn số học sinh khối 7 là 70 học sinh. Tính số học sinh của mỗi khối.

**Bài 14:** Số học sinh bốn khối 6, 7, 8, 9 tỉ lệ với các số 18;17;16;15 . Biết rằng số học sinh

khối 7 nhiều hơn số học sinh khối 8 là 15 học sinh. Tính số học sinh của mỗi khối.

**Bài 15:** Cho tam giác *ABC* có số đo các góc tỉ lệ với 3; 5; 7 . Tính số đo các góc của tam giác *ABC* .

**Bài 16.** Một mảnh vườn có dạng hình chữ nhật với tỉ số độ dài hai cạnh của nó bằng 5 và

3

chu vi bằng 64 m. Tính diện tích của mảnh vườn đó.

**Bài 17.** Minh và Khôi thi nhau giải toán ôn tập cuối kì. Kết quả là Minh làm được nhiều hơn

Khôi 3 bài và số bài Khôi làm được bằng 3

4

số bài Minh làm được. Hãy tìm số bài mỗi bạn

làm được.

**Bài 18.** Trong cửa hàng lương thực có 15 bao gạo, 8 bao đỗ, 5 bao lạc. Khối lượng của mỗi bao gạo, mỗi bao đỗ, mỗi bao lạc tỉ lệ với các số 10; 6;3 . Hỏi một bao của mỗi loại nặng bao nhiêu kg, biết rằng lượng gạo nhiều hơn lượng đỗ và lạc là 435 kg?

**Bài 19:** Ba máy bơm cùng bơm nước vào một bể bơi có dung tích 235 *m*3 . Biết rằng thời

gian để bơm được 1 *m*3 nước của ba máy lần lượt là 3 phút, 4 phút và 5 phút. Hỏi mỗi máy bơm được bao nhiêu mét khối nước thì đầy bể?

**Bài 20:** Ba lớp 7 có tất cả 153 học sinh. Số học sinh lớp 7*B* bằng 8

9

số học sinh lớp 7 *A* ,

số học sinh lớp 7*C* bằng 17

16

số học sinh lớp 7*B* . Tính số học sinh của mỗi lớp.

**Bài 21:** Trong vận chuyển hàng cứu trợ đồng bào do ảnh hưởng của dịch Covid-19 , ba đội xe được giao vận chuyển ít nhất 3030 tấn hàng. Cuối đợt, đội *I* vượt mức 26% , đội *II* vượt mức 5%, đội *III* vượt mức 8% định mức của mỗi đội nên khối lượng hàng mà ba đội đã vận chuyển được đều bằng nhau. Tính định mức vận chuyển của mỗi xe.

**Bài 22:** Ba kho có tất cả 710 tấn thóc. Sau khi chuyển đi 1

5

số thóc ở kho *I* , 1

6

số thóc ở

kho *II* và 1

11

số thóc ở kho *III* thì số thóc còn lại của ba kho bằng nhau. Hỏi lúc đầu mỗi

kho có bao nhiêu tấn thóc.

# Dạng 3. Chứng minh đẳng thức và tính giá trị của biểu thức.

**Bài 1:** Chứng minh rằng: *a*  *c*

*b d*

nếu biết:

1. *a*  *c*  *a*  *c b*  *d b*  *d*
2. *a*  *b*  *a*  *b c*  *d c*  *d*

**Bài 2:** Chứng minh rằng: *a*  *c*

*b d*

nếu biết:

1. *a*  *a*  *b c c*  *d*
2. *b*  *a*  *b d c*  *d*

**Bài 3:** Chứng minh rằng: *a*  *c*

*b d*

nếu biết:

a) *a*  *c* b) *b*  *d*

*a*  *b c*  *d*

# Bài 4:

*a*  *b c*  *d*

1. Cho 2*a*  3*c*  2*a*  3*c* . Chứng minh rằng *a*  *c*

2*b*  3*d* 2*b*  3*d b d*

1. Cho 4*a*  3*b*  4*a*  3*b* . Chứng minh rằng *a*  *c*

4*c*  3*d* 4*c*  3*d b d*

# Bài 5:

1. Cho 4*a*  3*b*  4*c*  3*d* . Chứng minh rằng *a*  *c*

*a c b d*

1. Cho 2*a*  3*b*  4*a*  5*b* . Chứng minh rằng *a*  *c*

2*c*  3*d* 4*c*  5*d b d*

**Bài 6:** Chứng minh rằng: Nếu

*a*  *c*  2*b* và

2*bd*  *c* *b*  *d* 

*b*  0, *d*  0 thì *a*  *c* .

*b d*

**Bài 7:** Chứng minh rằng: Nếu

*a b c*

2  *x*  *y*   5 *y*  *z*   3 *z*  *x* thì

*a*  *c*2

*x*  *y*  *y*  *z*

4 5

**Bài 8:** Cho

  . Chứng minh rằng:

2009 2011 2013

 *a*  *b**b*  *c* .

4

*a b c*

 

 *a*  *b*  *c* 3 *a*

**Bài 9:** Cho

*b*  *c*  *d* . Chứng minh  *b*  *c*  *d*   *d* .

**Bài 10:** Cho tỉ lệ thức 3*a*  2*b*  *c*  3*a*  2*b*  *c* (*b*  0). Chứng minh rằng

*a*  2*b*  *c a*  2*b*  *c*

*a*  *c*  0 .

**Bài 11:** Cho hai số *x*; *y* thoả mãn

1. x  y 2 5

và *x*  *y*

 21. Tính giá trị của biểu thức:

*A*  5*x*  4 *y* .

1. x  y

3 5

# Bài 12:

và y  x  4 . Tính giá trị của biểu thức:

*B*  3*x*  5*y* .

1. Cho a : b : c  3: 4 : 5 và a  b  c  24 . Tính *M*  *a*.*b*  *b*.*c*  *ca* .
2. Cho a : b : c : d  2 : 3: 4 : 5 và a  b  c  d  42 . Tính

# Bài 13:

*N*  *a*.*b*  *c*.*d*

1. Biết

*x*  *y*  *z* và

2 3 4



2

*x*  *y*  *z*

 24 . Tính

*E*  3*x*  2 *y*  6*z* .

1. *x*  *y*  *z* và

5 6 7

*x* – *y*  *z*  6

. Tính *E*  *xy*  *yz* .

# Bài 14:

1. Cho

*x*  *y*

5 2

và 3*x*  2 *y*

 44 . Tính giá trị của biểu thức *C*  20*x*  22 *y* .

1. *x*  *y*

3 2

và 2*x*  5*y*  48 . Tính giá trị của biểu thức

*D*  *x*2  *y*3 .

# Bài 15:

1. Cho

*x*  *y*

2 3

; *y*  *z*

2 5

và *x*  *y*  *z*  25 . Tính

*K*  3*x*  2 *y*  3*z* .

*xy*  *z*

1. Cho

# Bài 16:

*x*  *y*

2 5

; *y*  *z*

3 2

và 2*x*  3*y*  4*z*  34 . Tính

*L*  *xy*  5*z* .

*y*  *z*

1. Cho

*x*  *y*

3 4

và *x*2 

*y*2  25 . Tính *G*  *x*3  *y*2

1. *x*  *y*

3 2

và 3*x*2 – 5*y*2  63 với

*x*  0; *y*  0 . Tính

*H*  *x*.*y*2

**Bài 17:** Cho

*x*  *y*  *z* và

*y z x*

*x*  *y*  *z*  0 . Tính

*x*3.*z*6 .

*y*9

**Bài 18:** Cho x, y, z thoả mãn:

*x*  *y*  *z*

và *x*, *y*, *z*  0 . Tính: P =

*x*  2*y*  3*z*

**Bài 19:** Cho

2 5 7

*x* 1  *y*  2  *z*  3 . Tính giá trị của biểu thức

3 4 5

5*x*  2 *y*  *z*

*N*  2*x*  *y*  2*z* .

**Bài 20:** Cho

*a*, *b*, *c*  0 và thỏa mãn *a*  *b*  *c*  *c*  *a*  *b*  *b*  *c*  *a*

*c b a*

Tính giá trị biểu thức S = (*a*  *b*)(*b*  *c*)(*c*  *a*) .

*abc*

# Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau đề tìm thành phần chưa biết.**

**Bài 1.** Tìm hai số *x*, *y* biết:

1. *x*  *y*

7 4

và *x*  *y*  30

1. *x*  *y*

5 7

và *x*  *y*  48

1. *x*  *y* và *x*  *y*  90

1. *x*  *y* và

*x*  *y*  12

3 6

**Bài 2.** Tìm hai số

*x*, *y* biết:

2 5

1. 2*x*  5*y* và

*x*  *y*  30

1. 3*x*  4 *y*

và 2*x*  3*y*  34

1. 4*x*  5*y*

và 3*x*  2 *y*  35

1. *x*  *y*

2 3

và 4*x*  3*y*  9

**Bài 3.** Tìm hai số *x*, *y* biết:

a) *x*  *y*

3 4

c) *x*  *y*

3 7

và *x*2  *y*2  25

và *x*2  *y*2  58

b) *x*  *y*

5 3

d) *x*  *y*

3 4

và *x*2  *y*2  1600

và *x*2  *y*2  400

**Bài 4.** Tìm hai số *x*, *y* biết:

a) *x*  *y*

2 3

c) *x*  *y*

3 5

và *x*3  *y*3  35

và *x*3  *y*3  98

b) *x*  *y*

3 2

d) *x*  *y*

3 4

và *x*3  *y*3  35

và *x*3  *y*3  37

**Bài 5.** Tìm các số *x*, *y*, *z* biết:

1. *x*  *y*  *z*

và *x*  *y*  *z*  160

1. *x*  *y*  *z*

và *x* – *y*  *z*  38 .

12 13 15

5 16 17

1. *x*  *y*  *z* và

3 5 7

*x*  *y*  *z*  9

1. *x*  *y*  *z*

2 3 4

và *x*  *y*  *z*  27 .

**Bài 6.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:

1. *x*  *y*  *z*

5 3 2

và 2*x*  3*y*  4*z*  54

1. *x*  *y*  *z*

2 3 6

và 3*x* – 2 *y*  2*z*  24 .

1. *x*  *y*  *z* và 2*x*  3*y*  4*z*  48

1. *x*  *y*  *z*

và 4*x* – 3*y*  2*z*  81.

3 2 3

**Bài 7.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:

2 3 4

a) *x*  *y* ; *y*  *z*

3 2 3 4

c) *x*  *y* ; *x*  *z*

3 2 4 5

và *x*  *y*  *z*  46

và *x*  *y*  *z*  10

b) *x*  *y* ; *x*  *z*

4 3 2 5

d) *x*  *z* ; *y*  *z*

3 4 2 3

và *x*  *y*  *z*  51

và *x*  *y*  *z*  33

**Bài 8.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:

1. *x*  *y* ; 2 *y*  3*z* 2 3

và *x*  *y*  *z*  49

1. *x*  *y* ;5*y*  3*z* và

3 5

*x*  *y*  *z*  98

1. *x*  *y* ;7 *y*  5*z* và

3 5

*x*  *y*  *z*  45

1. 2*x*  3*y*; *y*  *z* và

3 2

*x*  *y*  *z*  21

**Bài 9.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:

a) *x* 1  *y*  2  *z*  3 và

3 4 5

*x*  *y*  *z*  18

b) *x* 1  *y*  2  *z*  3 3 4 5

và *x*  *y*  *z*  30

**Bài 10.** Tìm *x*, *y*, *z* biết:

1. *x*  *y*  *z* và

5 6 7

*x*  *y*  36

1. *x*  *y*  *z* và

7 3 4

*y*  *z*  28

1. *x*  *y*  *z*

và 3*x*  2 *y*  47

1. *x*  *y*  *z*

và 3*y*  2*z*  99

5 16 17

3 5 7

# Dạng 2. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để giải các bài toán thực tế (Toán chia tỉ lệ)

**Bài 1:** Số học sinh giỏi, khá, trung bình của khối 7 lần lượt tỉ lệ với 2 : 3: 5 . Tính số học sinh giỏi, khá, trung bình, biết tổng số học sinh giỏi, khá và trung bình là 180 em.

**Bài 2:** Ba lớp 9A, 9B, 9C quyên góp được 240 kg giấy vụn. Tính số kg giấy vụn của mỗi lớp quyên góp được, biết rằng số kg giấy vụn quyên góp được của mỗi lớp lần lượt tỉ lệ với 3: 4 : 5 .

**Bài 3:** Ba nhà sản xuất góp vốn theo tỉ lệ 3; 5; 7 . Hỏi mỗi nhà sản xuất phải góp bao nhiêu

vốn biết rằng tổng số vốn của nhà thứ nhất và nhà thứ hai nhiều hơn nhà thứ ba là 80 triệu đồng.

**Bài 4:** Số học sinh bốn khối 6, 7, 8, 9 tỉ lệ với các số 9; 8; 7; 6 . Biết rằng số học sinh khối

6 nhiều hơn số học sinh khối 9 là 30 học sinh. Tính số học sinh của mỗi khối.

**Bài 5:** Số viên bi của ba bạn Minh, Hùng, Dũng tỉ lệ với các số 2; 4; 5 . Tính số viên bi của mỗi bạn, biết rằng: 3 lần số bi của bạn Hùng nhiều hơn 2 lần số bi của bạn Minh là 40 viên. **Bài 6.** Chia số 135 thành ba phần tỉ lệ với 3; 4; 8. Hãy tìm mỗi phần của số đó?

# Dạng 3. Chứng minh đẳng thức và tính giá trị của biểu thức.

**Bài 1:** Chứng minh rằng: *a*  *c*

*b d*

nếu biết:

1. *a*  *c*  *b*  *d a*  *c b*  *d*
2. *a*  *b*  *c*  *d*

*b d*

**Bài 2:** Chứng minh rằng: *a*  *c*

*b d*

nếu biết:

a) 2*a*  3*b*  2*c*  3*d* . b) 7*a* 11*b*  7*c* 11*d* .

2*a*  3*b*

2*c*  3*d*

4*a*  5*b*

4*c*  5*d*

**Bài 3:** Cho hai số *x*; *y* thoả mãn

1. x  y 7 4

và *x*  *y*

 27 . Tính giá trị của biểu thức:

*A*  2*x*  3*y* .

1. Cho 4*x*  5*y*

# Bài 4:

và 3*x*  2 *y*

 35 . Tính giá trị của biểu thức

*B*  11*y*  4*x* .

1. Biết

*x*  *y*  *z*

2 3 4

và *x*  *y*  *z*

 27 . Tính *C*  2*x*  3*y*  *z* .

*y*  *z*

1. Cho

# Bài 5:

*x*  *y*

3 2

và 3*x*2  5*y*2  28 . Tính

*D*  *x*3  *y*2

1. Cho 3*x*  4 *y*; 2 *y*  5*z*

và 2*x*  3*y*  5*z*  55 . Tính

*E*  7*x*  2 *y*  *x*.*z* .

*x*.*z*  *y*

1. Cho

*x*  99  *y*  98  *z*  97 . Tính giá trị của biểu thức

*F*  *x*  2 *y*  *z* .

1 2 3